PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 (2023)
Adaptación del modelo de examen a causa de COVID-19
Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales
Esta prueba consta de dos propuestas (A y B) con seis problemas cada una. Se ha de elegir una propuesta y resolver un máximo de 4 problemas de la propuesta elegida. Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. El número de personas que han ido a vacunarse durante ocho semanas consecutivas viene dado por la función $C(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 50$, siendo $C(x)$ el número de personas (en miles) y x la semana $(1 \leq x \leq 8)$.

a) ¿Cuándo acude más gente? ¿En qué semana van menos personas? (1 punto)

b) ¿Cuántas personas hay en las semanas de máxima y mínima asistencia? (0.5 puntos)

c) ¿En qué intervalo de tiempo decrece la cantidad de personas que acuden a vacunarse? (1 punto)

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz $M = A \cdot B + 2I$ donde I es la matriz identidad de orden 3. (1.25 puntos)

b) Calcula, si es posible, la matriz X tal que $X \cdot C = I$ donde I es la matriz identidad de orden 2. (1.25 puntos)

3. En la función $f(x) = x^4 - 8x^2 + 9$, se pide:

a) Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función. (1.5 puntos)

b) Averiguar los puntos de inflexión. (0.5 puntos)

c) Estudiar la curvatura (intervalos de concavidad y convexidad). (0.5 puntos)

4. En un instituto se ha organizado un concurso literario y han sido seleccionados tres relatos. Hay un jurado para elegir el relato ganador, que está formado por 30 personas, cada miembro del jurado tiene que votar uno de los tres relatos y todos los votos han sido válidos. El relato A ha obtenido el doble número de votos que el relato B, y si uno de los votantes del relato C hubiese dado su voto al relato B, éstos hubieran empatado.

a) Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado. (1 punto)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado para determinar cuantos votos ha obtenido cada relato. (1.5 puntos)

5. En una clase formada por 32 alumnos, 20 han aprobado Matemáticas, 17 han aprobado Física y 8 han suspendido las dos asignaturas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de suspender alguna de las dos asignaturas? (1.25 puntos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar las dos asignaturas? (1.25 puntos)

6. Un fabricante de bombillas ha tomado una muestra aleatoria de 49 bombillas y ha medido el tiempo en horas que tardan en fundirse, proporcionando una media de 364 horas. Si se sabe que el tiempo que tardan en fundirse sigue una distribución normal de media desconocida y varianza $\sigma^2 = 515.29$ horas^2, se pide:

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo que tardan en fundirse con un nivel de confianza del $97\,\%$. (1 punto)

b) Explica, justificando la respuesta, qué se podría hacer para conseguir un intervalo de confianza con mayor amplitud para el mismo nivel de confianza. (0.75 puntos)

c) El fabricante afirma que el tiempo que tardan en fundirse es de 370 horas. ¿Se puede aceptar la afirmación del fabricante con un nivel de confianza del $99\,\%$? Justificar la respuesta. (0.75 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Propuesta B

1. El consumo de energía, en kWh, de un determinado hogar a lo largo de un año viene reflejado por la función $C(x) = x^3 - 15x^2 + 48x + 100$, siendo x los meses del año de enero a diciembre $(1 \leq x \leq 12)$.

a) ¿En qué mes se produjo el mayor consumo de energía y cuántos kWh se consumieron? (1.25 puntos)

b) ¿En qué intervalos de tiempo crece el consumo de energía? (1.25 puntos)

2. Dadas las matrices $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (I la matriz identidad de orden 2):

a) Calcula $C \cdot B^2 \cdot 2I$. (1 punto)

b) Calcula, si es posible, la matriz X tal que $BX - I = D^T$. (1.5 puntos)

3. Dada la función $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & si\ x \leq 0 \\ -x^2 + 4 & si\ 0 < x \leq 2 \\ 2x + 1 & si\ x > 2 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad en $x = 0$. (0.75 puntos)

b) Estudia la continuidad en $x = 2$. (0.75 puntos)

c) Representa gráficamente $f(x)$. (1 punto)

4. Una pastelería hace todos los días tartas y bizcochos. Para una tarta se necesitan 1 kg de harina y 3 kg de azúcar y para un bizcocho se necesitan 2 kg de harina y 2 kg de azúcar. Diariamente han de hacer al menos 2 tartas y 3 bizcochos. Se dispone de 16 kg de harina y 24 kg de azúcar y la tarta se vende por 20 euros, mientras que el bizcocho por 15 euros.

a) Expresa la función objetivo. (0.5 puntos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1.5 puntos)

c) Halla el número de tartas y bizcochos que deben hacerse para que el beneficio sea máximo. (0.5 puntos)

5. En un examen de matemáticas se les proponen a los estudiantes 3 problemas (I, II, III), de los que han de elegir obligatoriamente uno. La mitad de los alumnos eligen el problema I, y de estos aprueban el $60\,\%$. El $30\,\%$ eligen el problema II, suspendiendo en este caso el $25\,\%$ de los estudiantes. Por último de los que eligen el problema III, aprueban el $30\,\%$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de elegir el examen II y aprobar? (0.5 puntos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen? (1 punto)

c) Sabiendo que el estudiante ha suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido el problema I? (1 punto)

6. En un equipo infantil de fútbol, se tomó una muestra aleatoria de 10 niños y se contaron el número de toques al balón que hacían sin dejar caer la pelota, obteniéndose $12, 16, 25, 18, 13, 8, 10, 9, 12$ y 13 toques de balón. Si se sabe que la variable *toques de balón* sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 5$ toques.

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del número de toques de balón con un nivel de confianza del $95\,\%$. (1 punto)

b) Explica, justificando la respuesta, qué ocurrirá con la amplitud del intervalo si para el mismo nivel de confianza disminuimos el tamaño de muestra. (0.75 puntos)

c) El entrenador del equipo afirma que el número medio de toques que pueden dar sus jugadores es de 18. ¿Se puede aceptar la afirmación del entrenador con un nivel de confianza del $90\,\%$? Justificar la respuesta. (0.75 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767